



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

**ÁREA DE REGIONES
POLIGONALES Y TRIANGULARES**

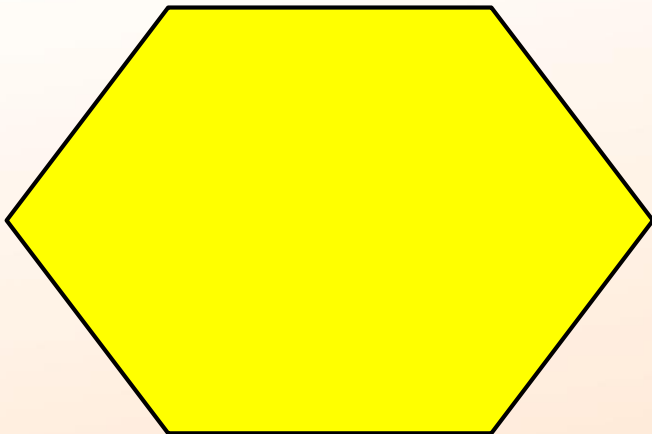
**CICLO
PRE
2024-1**



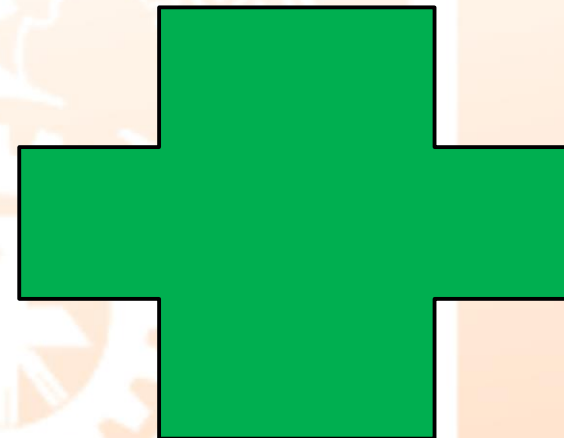
REGIÓN POLIGONAL

Definición.- Se denomina región poligonal a la unión de un polígono y su interior.

Región poligonal convexa

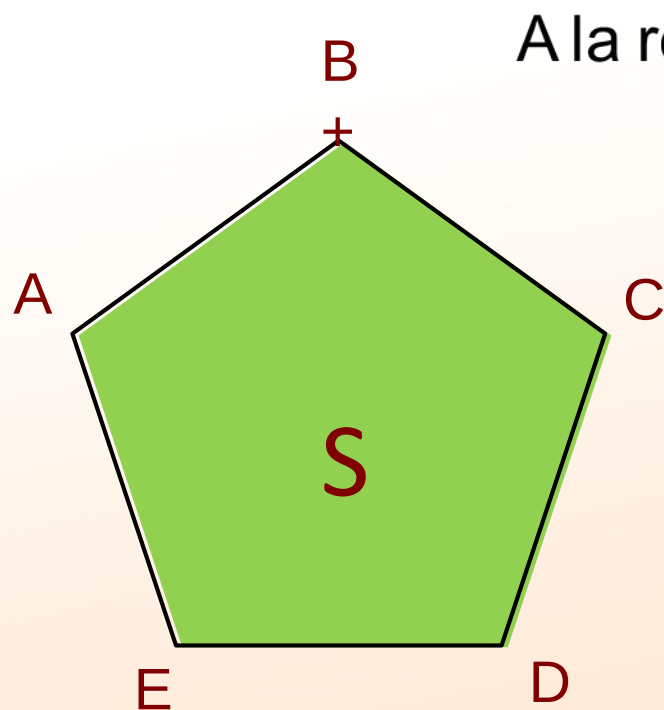


Región poligonal no convexa



POSTULADOS FUNDAMENTALES

Postulado.- A toda región poligonal le corresponde un único número real positivo. Dicho número se denomina área de la región poligonal.

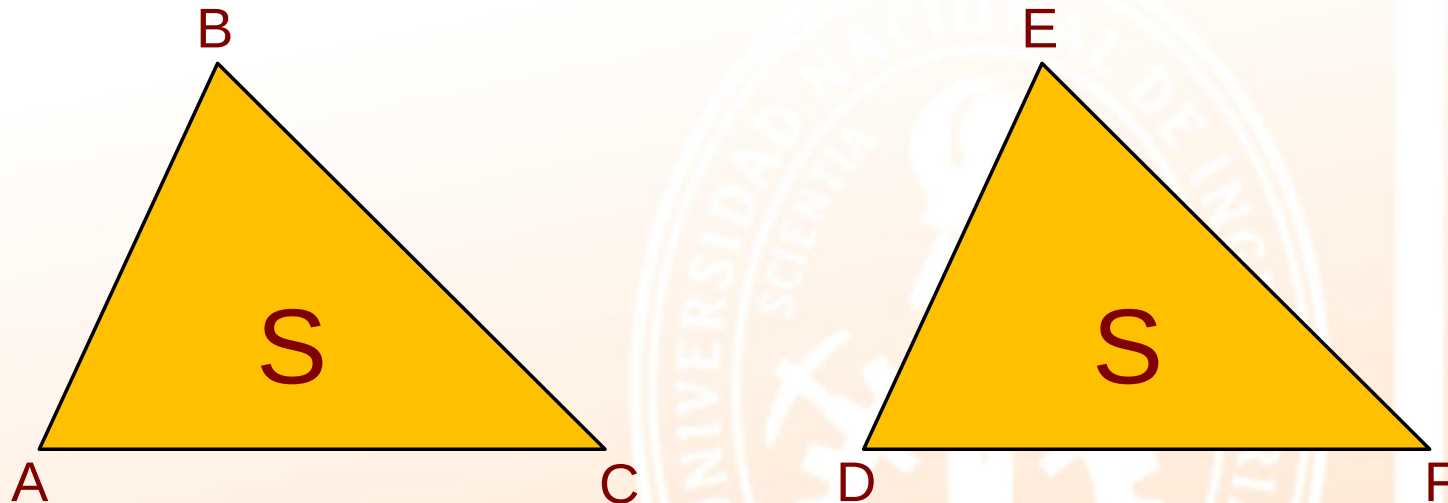


A la región poligonal ABCDE le corresponde el área S

Si $P_1, P_2, P_3, \dots$ y P_n los vértices de una región poligonal, el área correspondiente se denota como $S_{P_1 P_2 P_3 \dots P_n}$

POSTULADOS FUNDAMENTALES

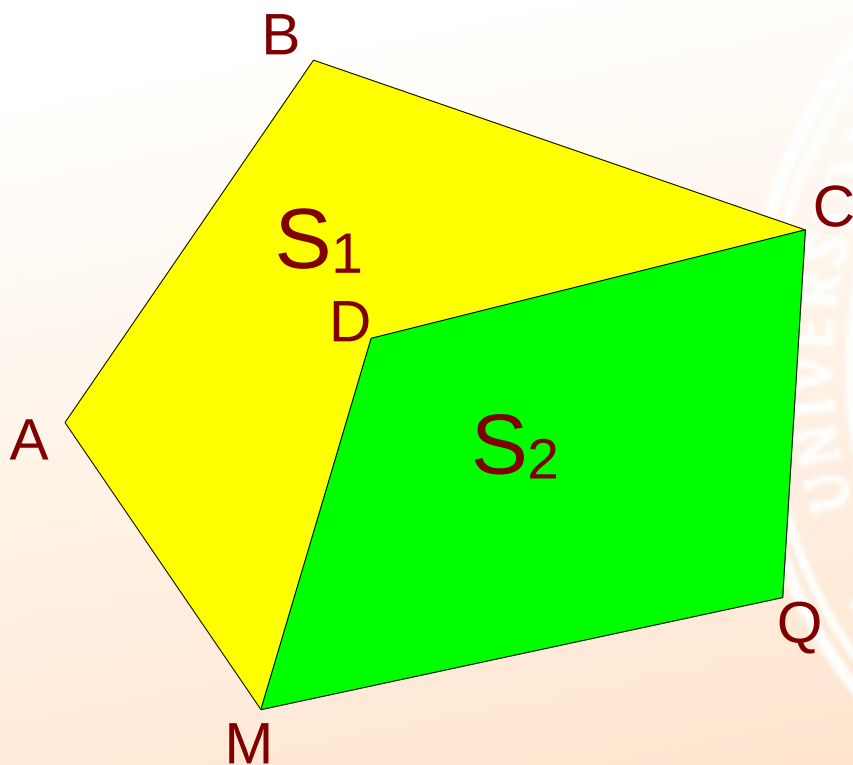
Postulado.- Si dos triángulos son congruentes, entonces las áreas de sus regiones correspondientes son iguales.



Si $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, entonces $S_{ABC} = S_{DEF} = S$

POSTULADOS FUNDAMENTALES

Postulado.- Si una región poligonal es la unión de dos regiones poligonales cuya intersección es una cantidad finita de puntos o segmentos, entonces el área de la unión de las regiones poligonales es igual a la suma de las áreas de las regiones poligonales.



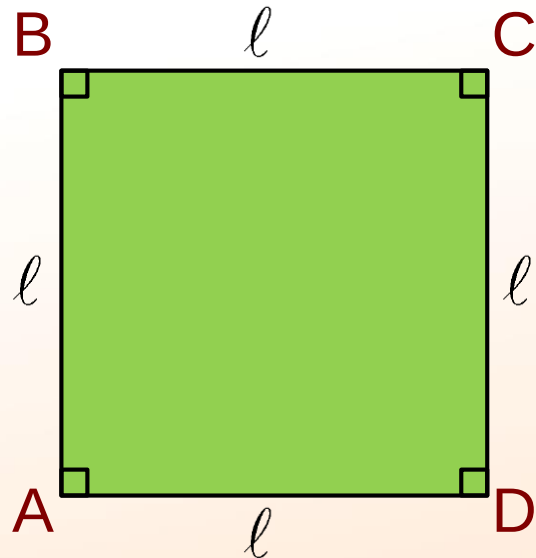
Si región $ABCQM = S_1 \cup S_2$ y
 $S_1 \cap S_2 = \overline{MD} \cup \overline{DC}$,

entonces

$$S_{ABCQM} = S_1 + S_2$$

POSTULADOS FUNDAMENTALES

Postulado.- El área de una región cuadrada es igual al cuadrado de la longitud del lado.

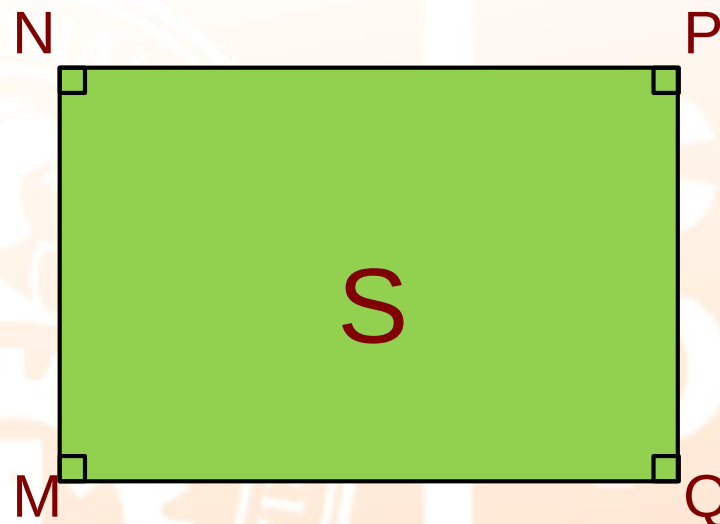
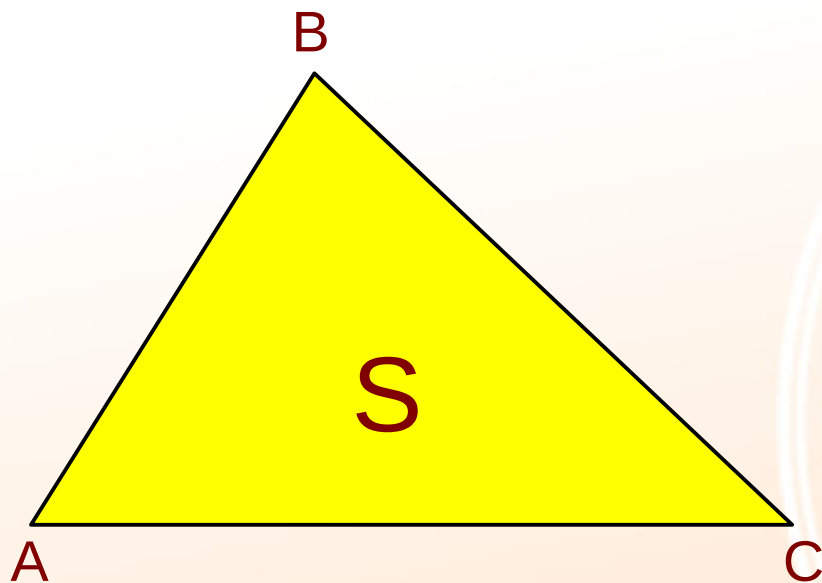


Si ABCD es un cuadrado, entonces

$$S_{ABCD} = l^2$$

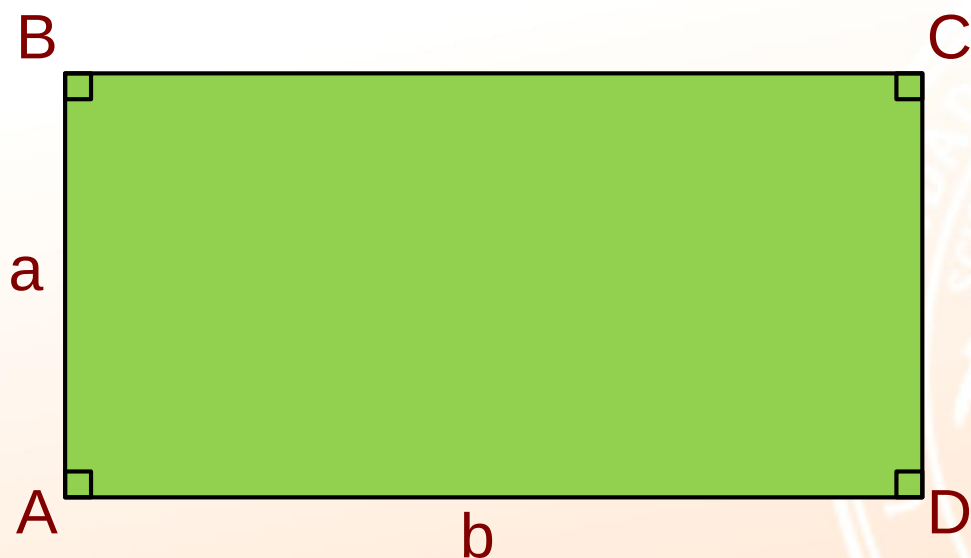
REGIONES EQUIVALENTES

Definición.- Dos regiones poligonales se denominan equivalentes si tienen igual área.



ÁREA DE UNA REGIÓN RECTANGULAR

Teorema.- El área de una región rectangular es igual al producto de las longitudes de dos lados consecutivos.

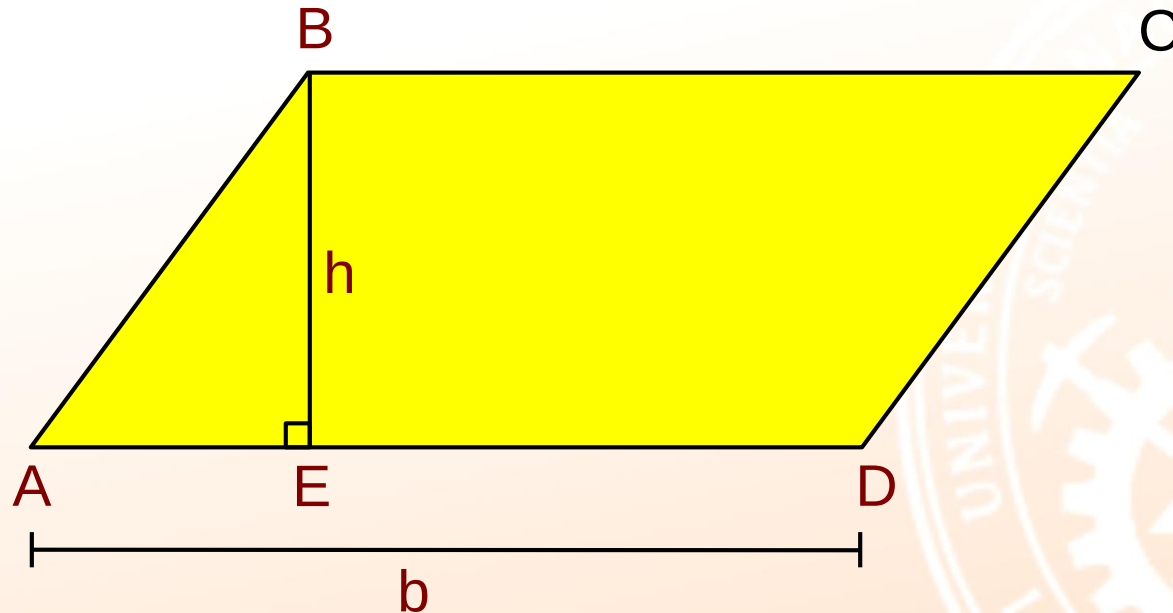


Si $ABCD$ es una región rectangular, entonces

$$S_{ABCD} = ab$$

ÁREA DE UNA REGIÓN PARALELOGRÁMICA

Teorema.- El área de una región paralelográmica es igual al producto de las longitudes de un lado y la altura correspondiente a dicho lado.

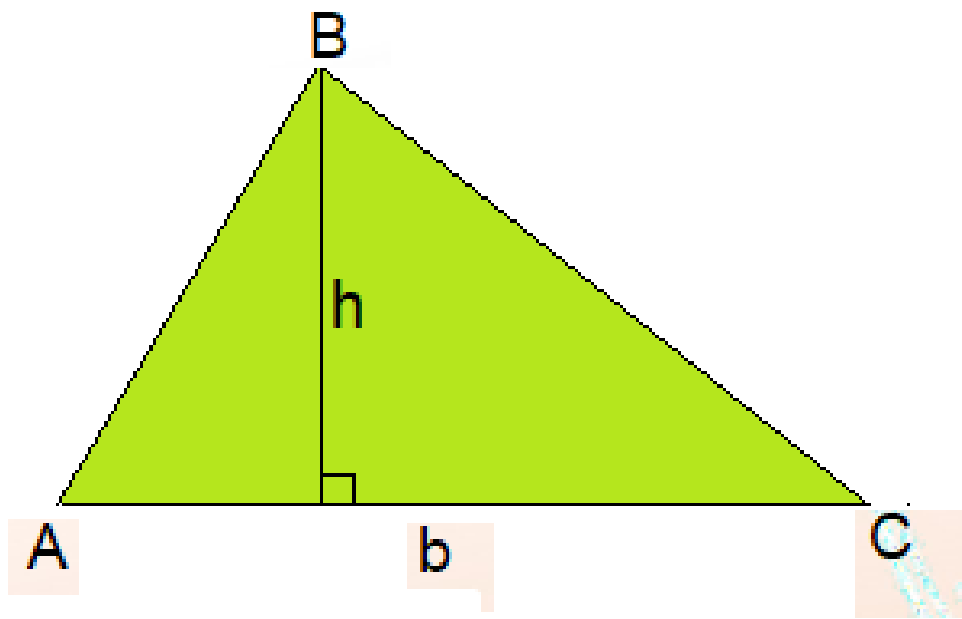


Si ABCD es una región paralelográmica, entonces

$$S_{ABCD} = bh$$

ÁREA DE UNA REGIÓN TRIANGULAR

Teorema.- El área de una región triangular es igual al semiproducto de las longitudes de un lado y la altura correspondiente a dicho lado.

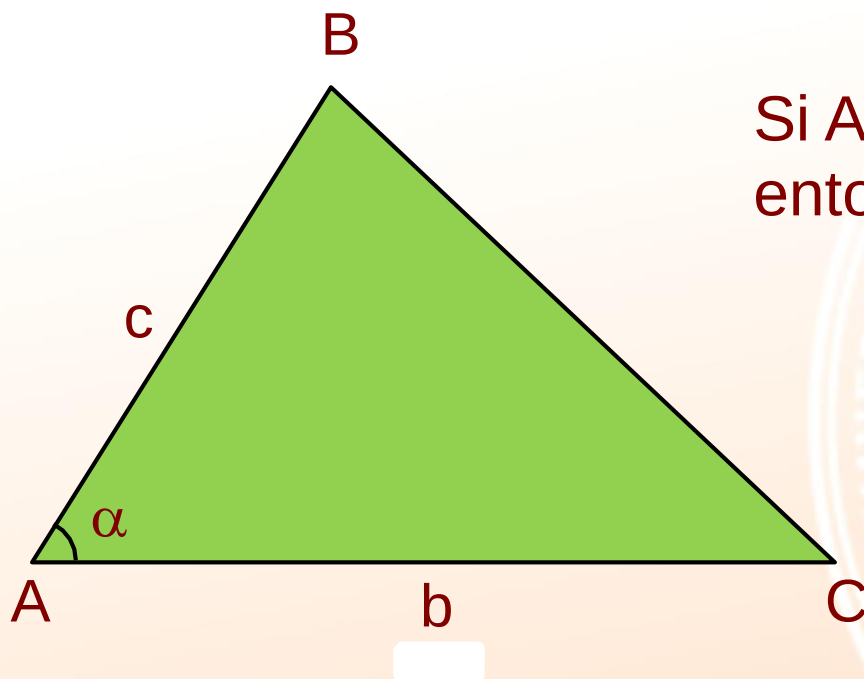


Si ABC es un triángulo, entonces

$$S_{ABC} = \frac{bh}{2}$$

TEOREMA

El área de una región triangular es igual al semiproducto de las longitudes de dos lados y el seno de la medida del ángulo que determinan dichos lados.

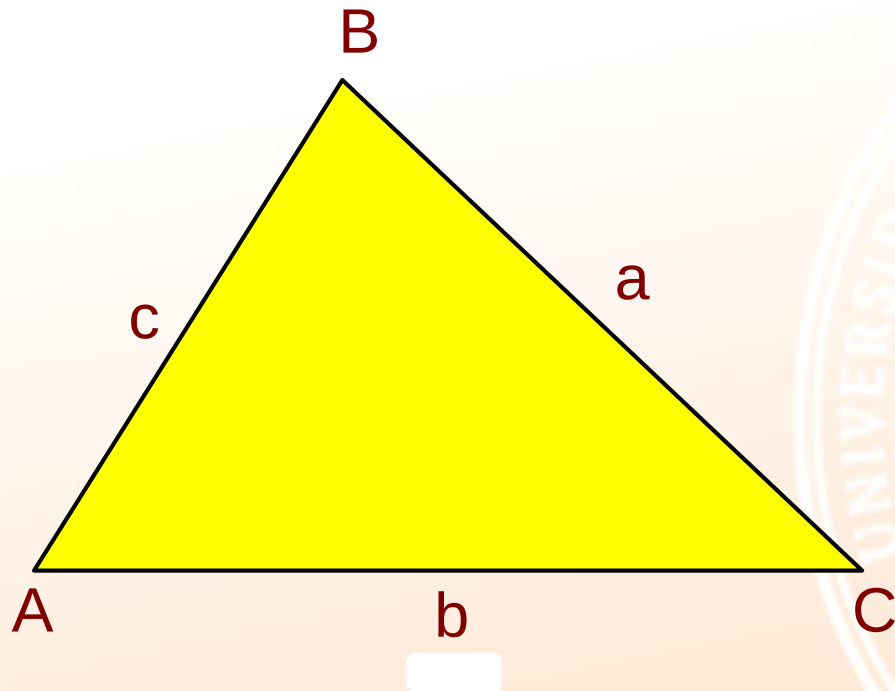


Si ABC es una región triangular, entonces

$$S_{ABC} = \frac{bc}{2} \text{sen} \alpha$$

TEOREMA

El área de una región triangular es igual a la raíz cuadrada del producto del semiperímetro del triángulo y las diferencias de este con las longitudes de cada uno de los lados.



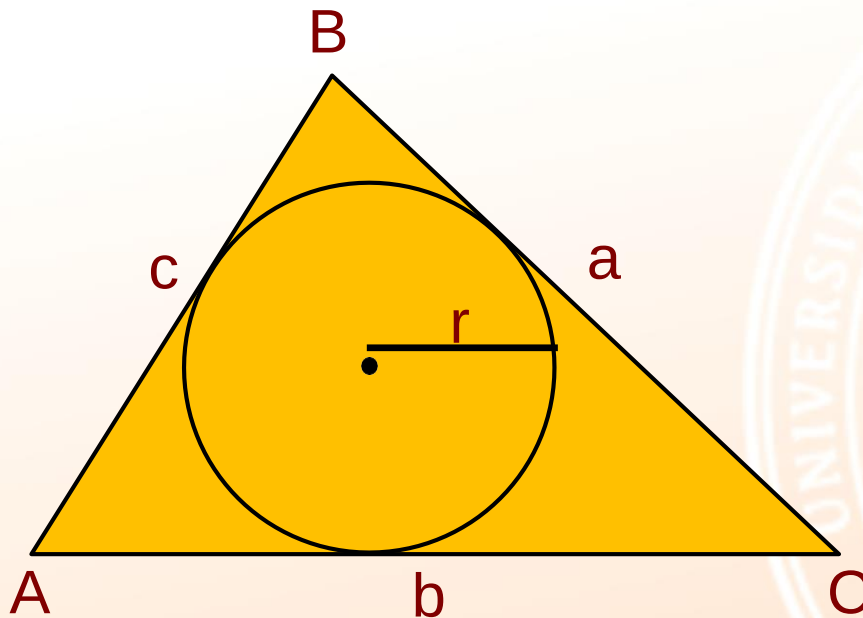
$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

EN FUNCIÓN DEL INRADIO

Teorema.- El área de una región triangular es igual al producto del semiperímetro y la longitud del inradio del triángulo.

Si ABC es un triángulo circunscrito a una circunferencia, entonces el área de la región triangular ABC es:



$$S_{ABC} = pr$$

Donde :

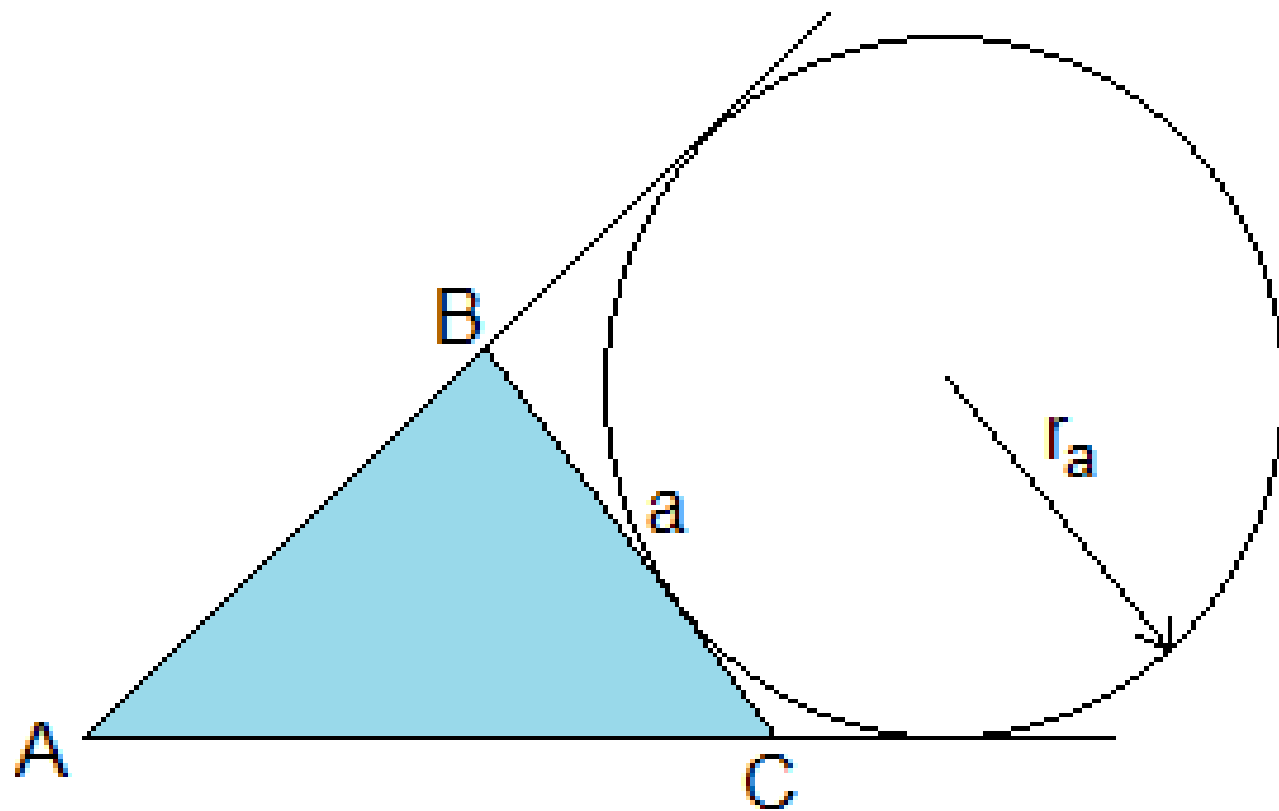
$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

EN FUNCIÓN DEL EXRADIO

Teorema.- El área de una región triangular es igual al producto de la longitud de un exradio con la diferencia del semiperímetro y la longitud del lado correspondiente al exradio

Si ABC es un triángulo exinscrito a una circunferencia, entonces

$$S_{ABC} = r_a (p - a)$$

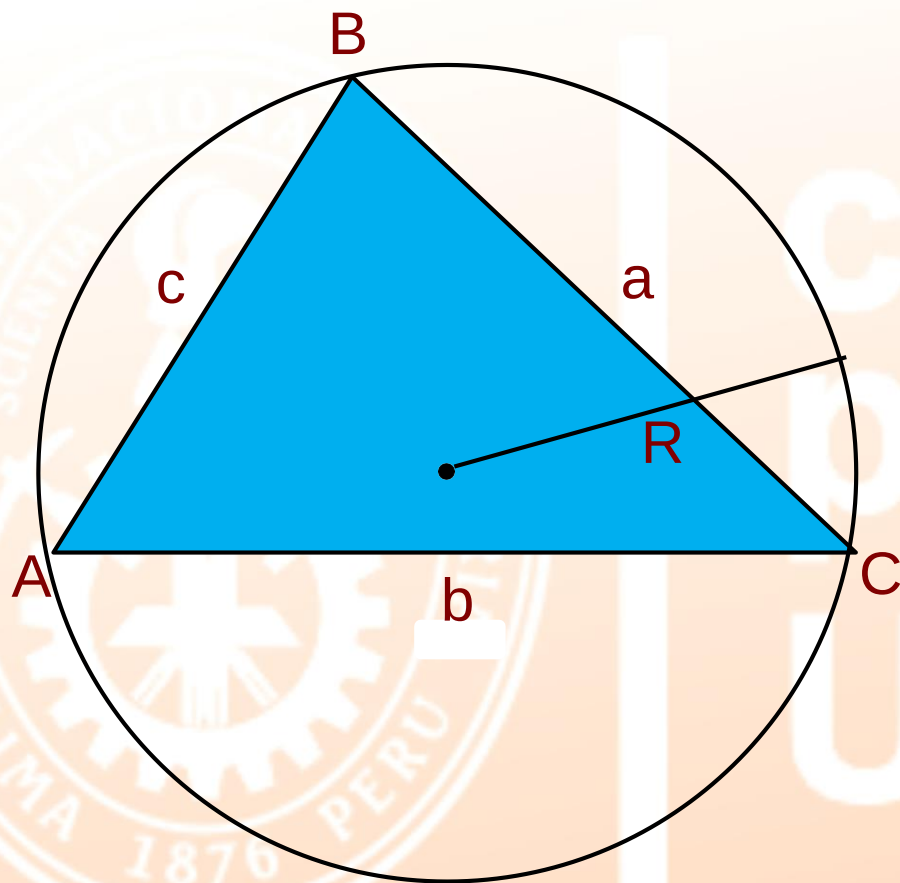


EN FUNCIÓN DEL CIRCUNRADIO

Teorema.- El área de una región triangular es igual al producto de las longitudes de sus tres lados entre cuatro veces la longitud de su circunradio

Si ABC es un triángulo inscrito a una circunferencia, entonces

$$S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$$





ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

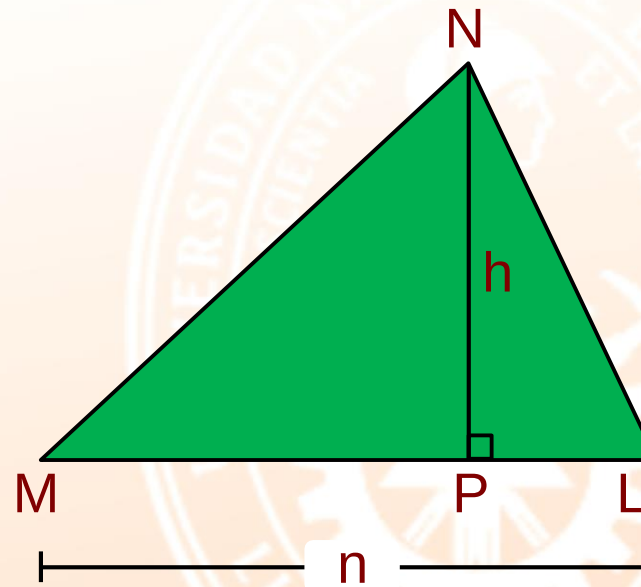
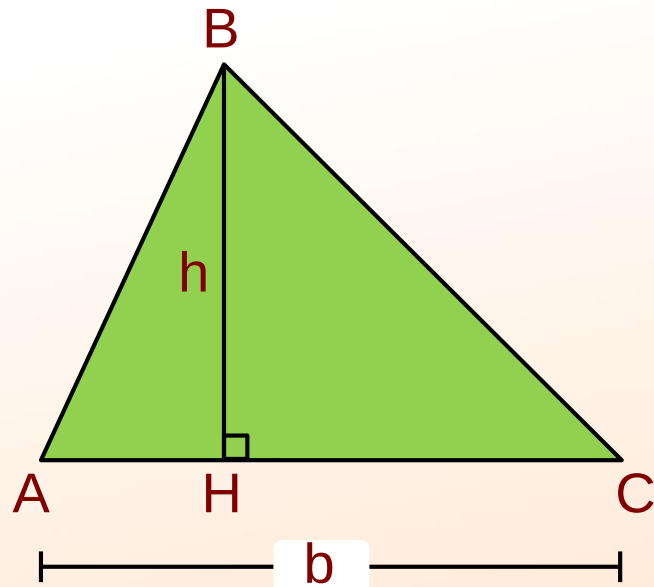
RELACION DE AREAS DE
REGIONES TRINGULARES

CICLO
PRE
2024-1



TEOREMA

Si dos triángulos tienen un par de alturas congruente, entonces las áreas de sus regiones triangulares son proporcionales a las longitudes de los lados correspondientes a las alturas.

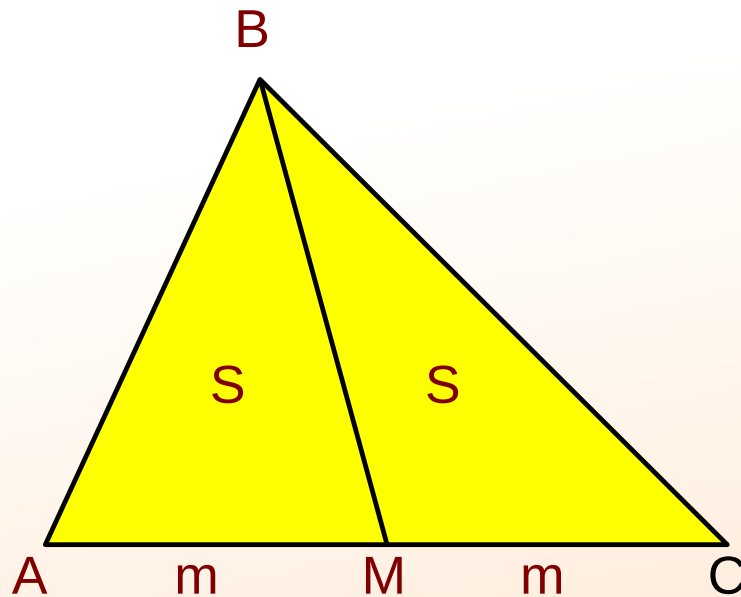


Si $BH=NP$, entonces

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNL}} = \frac{b}{n}$$

COROLARIO

En todo triángulo al trazar una mediana, se determinan dos regiones triangulares.

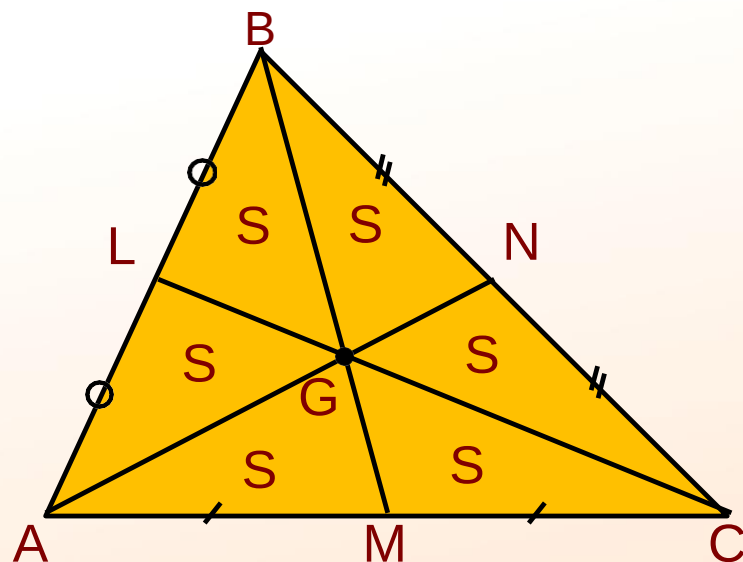


$$S_{ABM} = S_{MBC} = S$$

COROLARIO

En todo **triángulo** al trazar las tres medianas se determinan seis regiones triangulares equivalentes.

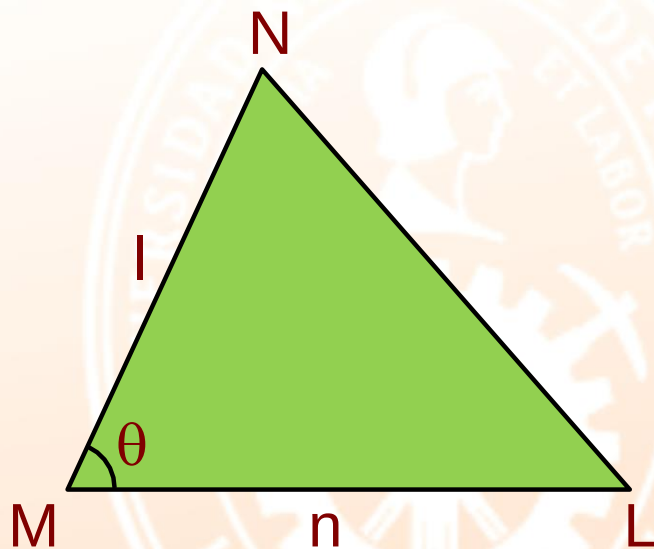
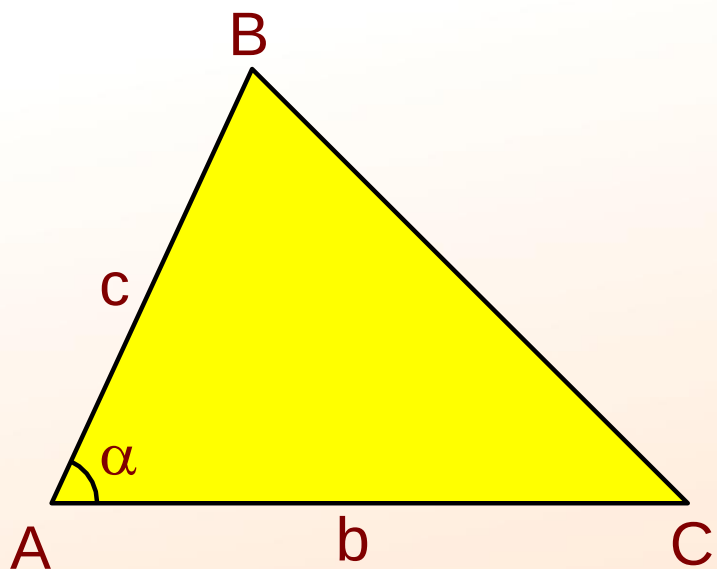
si $\overline{AN}$, $\overline{BM}$ y $\overline{CL}$ son medianas, entonces



$$S_{AGL} = S_{LGB} = S_{BGN} = S_{NGC} = S_{CGM} = S_{MGA} = S$$

TEOREMA

Si dos triángulos tienen dos ángulos congruentes o suplementarios entonces las áreas de sus regiones correspondientes son proporcionales al producto de las longitudes de los lados que determinan dichos ángulos.



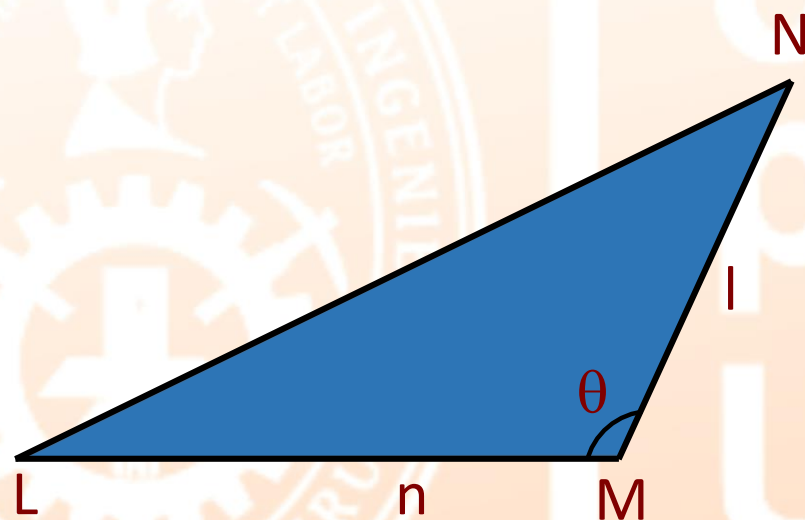
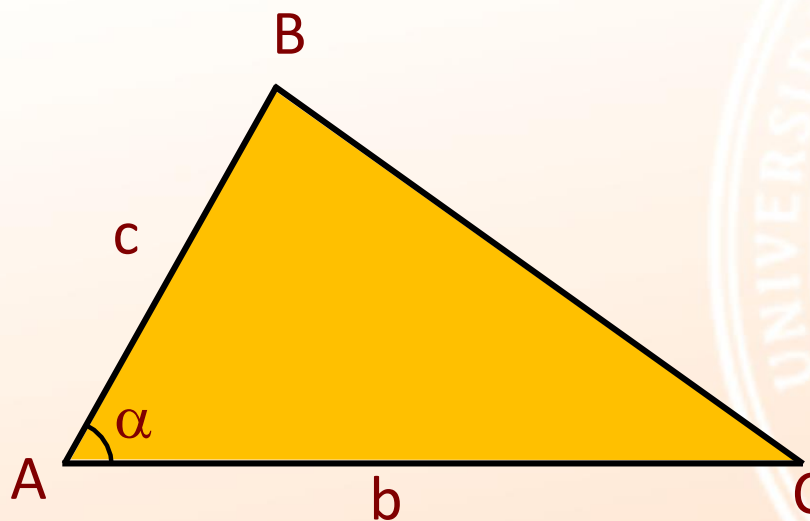
Si $\alpha = \theta$, entonces

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNL}} = \frac{bc}{nl}$$

TEOREMA

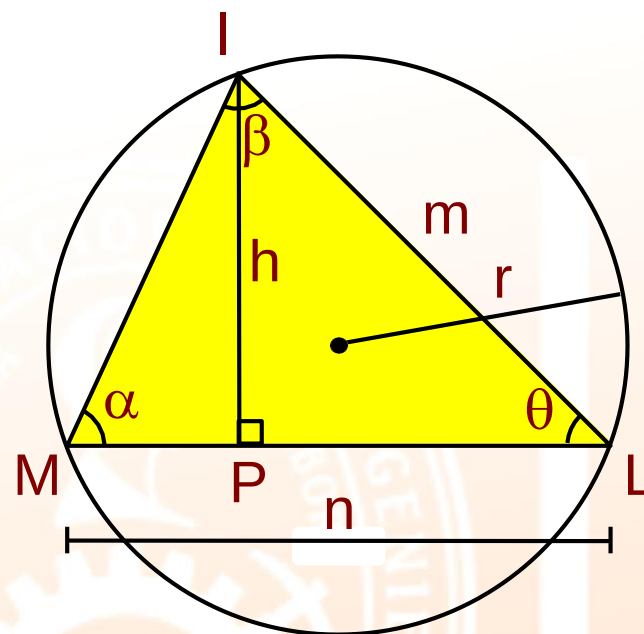
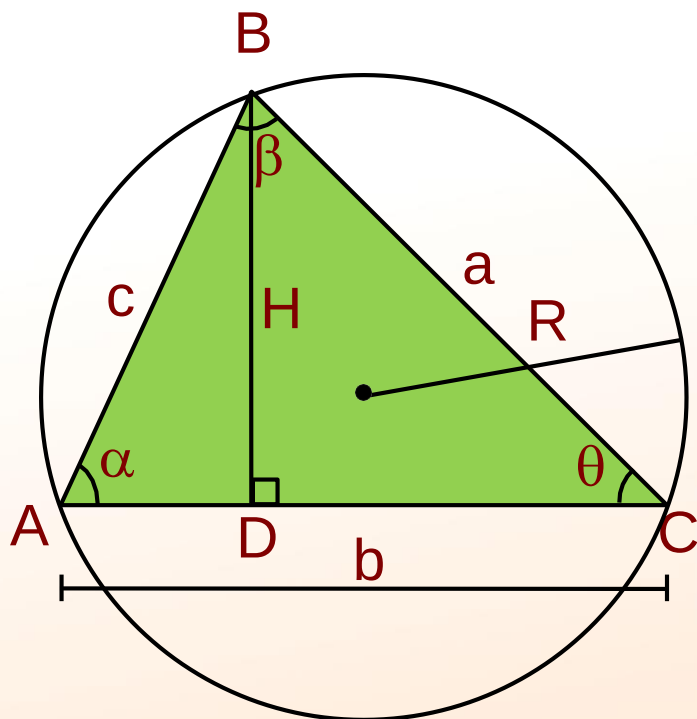
Si $\alpha + \theta = 180$, entonces

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNL}} = \frac{bc}{nl}$$



TEOREMA

Si dos triángulos son semejantes entonces las áreas de sus regiones correspondientes son proporcionales a los cuadrados de las longitudes de sus elementos homólogos.



Si $\triangle ABC \sim \triangle MNL$, entonces

$$\frac{S_{ABC}}{S_{MNL}} = \frac{a^2}{m^2} = \frac{b^2}{n^2} = \frac{c^2}{l^2} = \frac{H^2}{h^2} = \frac{R^2}{r^2} = k^2$$